12 ශ්‍රේණිය A/L ICT · පාඩම 4

4.2 බූලියානු වීජ ගණිතය සහ Karnaugh සිතියම්: නියම, SOP, POS සහ සරල කිරීම

විෂය නිර්දේශය 4.2. සංඛ්‍යාංක පරිපථ **බූලියානු වීජ ගණිතය** – 0 සහ 1 හි ගණිතය – අනුගමනය කරයි. මෙම කොටසින් **පූර්විකා සහ නියම** (විනිමය, සහායක, ව්‍යාප්ත, අනන්‍යතා, අතිරික්ත, De Morgan), **ගුණිතවල එකතුව (SOP)** සහ **එකතුවල ගුණිතය (POS)** ආකාරයෙන් ප්‍රකාශන ලිවීම, ප්‍රමේය මගින් **සරල කිරීම**, සහ **Karnaugh සිතියම (K-map)** මගින් 1 කාණ්ඩ කර ඇසින් සරල ප්‍රකාශනයක් කියවීම ඉගෙන ගනී.

1. බූලියානු ප්‍රකාශන සරල කරන්නේ ඇයි?

සරල ප්‍රකාශනයකට **අඩු ද්වාර** අවශ්‍ය වේ, එබැවින් පරිපථය **ලාභදායක, කුඩා, සිසිල් සහ වේගවත්** වේ. විභාගය බොහෝ විට නියම මගින් හෝ K-map මගින් සරල කිරීමට ඉල්ලයි.

2. පූර්විකා සහ නියම

බූලියානු වීජ ගණිතය **0 සහ 1** අගයන් පමණක් භාවිත කරයි. මූලික මෙහෙයුම් **AND (·)**, **OR (+)** සහ **NOT (′)** වේ. ප්‍රයෝජනවත් නියම:



බූලියානු වීජ ගණිත නියම

නියමය	AND ආකාරය	OR ආකාරය
විනිමය	A · B = B · A	A + B = B + A
සහායක	(A · B) · C = A · (B · C)	(A + B) + C = A + (B + C)
ව්‍යාප්ත	A · (B + C) = A·B + A·C	A + (B · C) = (A+B)·(A+C)
අනන්‍යතා	A · 1 = A	A + 0 = A
ශූන්‍ය	A · 0 = 0	A + 1 = 1
සමාන	A · A = A	A + A = A
අනුපූරක	A · A′ = 0	A + A′ = 1
අතිරික්ත	A + A·B = A	A · (A + B) = A
De Morgan	(A · B)′ = A′ + B′	(A + B)′ = A′ · B′

💡 **De Morgan වචන වලින්:** තීරුව කඩා ලකුණ වෙනස් කරන්න – AND තීරුව අනුපූරකවල OR වේ; OR තීරුව අනුපූරකවල AND වේ.

🧱 **විසඳූ උදාහරණය: A = 1, B = 0 සඳහා De Morgan පරීක්ෂා කරන්න: (A · B)′ = A′ + B′ ද?**
(1 · 0)′ = 0′ = 1. A′ + B′ = 0 + 1 = 1. සමානයි – De Morgan සත්‍යය.

3. සම්මත ආකාර: SOP සහ POS

ගුණිතවල එකතුව (SOP) යනු AND පදවල OR එකකි, උදා: A·B + A′·C. සෑම විචල්‍යයක්ම (හෝ එහි අනුපූරකය) එක් වරක් ඇති AND පදයක් **මිනිටරම්** වේ. **එකතුවල ගුණිතය (POS)** යනු OR පදවල AND එකකි, උදා: (A+B)·(A′+C). සෑම විචල්‍යයක්ම ඇති OR පදයක් **මැක්ස්ටරම්** වේ.

සත්‍යතා වගුවකින්: F = 1 වන සෑම පේළියකටම එක් මිනිටරමක් ලියා ඒවා OR කරන්න → **SOP**. F = 0 වන සෑම පේළියකටම එක් මැක්ස්ටරමක් ලියා ඒවා AND කරන්න → **POS**. එකම ශ්‍රිතයේ SOP සහ POS සමානය.

🧱 **විසඳූ උදාහරණය: F(A,B,C) මිනිටරම් 1, 3, 5, 7 සඳහා 1 වේ. SOP ලියන්න.**
m1=A′B′C, m3=A′BC, m5=AB′C, m7=ABC. SOP = A′B′C + A′BC + AB′C + ABC. මෙය **C** දක්වා සරල වේ.

4. බූලියානු ප්‍රමේය මගින් සරල කිරීම

🧱 **විසඳූ උදාහරණය: F = A · B + A · B′ සරල කරන්න.**
A පොදු කරන්න: F = A · (B + B′) = A · 1 = **A**.

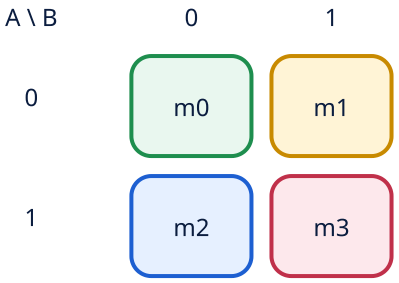
🧱 **විසඳූ උදාහරණය: F = A + A′ · B සරල කරන්න.**
A + A′·B = **A + B** (අතිරික්ත / ව්‍යාප්ත නියම).

🧱 **විසඳූ උදාහරණය: F = (A + B) · (A + B′) සරල කරන්න.**
ව්‍යාප්ත: A + (B · B′) = A + 0 = **A**.

5. Karnaugh සිතියම්

Karnaugh සිතියම යනු **අසල්වැසි කොටු බිටු එකකින් පමණක් වෙනස්** වන සේ නැවත ඇඳි සත්‍යතා වගුවකි. 1, 2, 4 හෝ 8 එකතුවක කාණ්ඩ (දෙකේ බල) වට කරන්න. සෑම කාණ්ඩයක්ම නොවෙනස් විචල්‍ය සහිත එක් ගුණිත පදයක් වේ. විශාල කාණ්ඩ → අඩු ලිතරල් → සරල පරිපථය.

2-variable Karnaugh map



Group adjacent 1s to simplify

විචල්‍ය 2 ක Karnaugh සිතියම

විචල්‍ය 2 K-map: පේළි A=0,1; තීරු B=0,1. කොටු m0..m3. **විචල්‍ය 3 K-map:** සාමාන්‍යයෙන් පේළි A, තීරු BC Gray කේත අනුපිළිවෙල 00, 01, 11, 10 ලෙස තබයි එවිට අසල්වැසියන් තවමත් බිටු එකකින් වෙනස් වේ. දාර වටා එකතු වේ.

🧱 **විසඳූ උදාහරණය: K-map එකකින් F(A,B) = Σm(1,2,3) සරල කරන්න.**
කොටු m1,m2,m3 = 1. m1+m3 කාණ්ඩය (B=1) → B. m2+m3 කාණ්ඩය (A=1) → A. ප්‍රතිඵලය: **A + B**.

🧱 **විසඳූ උදාහරණය: K-map එකකින් F(A,B,C) = Σm(0,1,2,3,6) සරල කරන්න.**
A=0 සහිත කොටු හතර (m0–m3) → **A′**. m6 සහ m2 → **B · C′**. ප්‍රතිඵලය: **A′ + B·C′**.

💡 කාණ්ඩ 3 ක් හෝ 5 ක් සාදන්න එපා. 1, 2, 4, 8, … පමණි. සෑම 1 ක්ම අවම වශයෙන් එක් වරක් ආවරණය කරන්න; අතිච්ඡාදනයට ඉඩ ඇත; 0 වට නොකරන්න.

🚀 **විෂය නිර්දේශයෙන් ඔබ්බට (2026 යාවත්කාලීනය)** *විභාගයට අවශ්‍ය නැත – දැනුම සඳහා කියවන්න.* 2026 දී තර්ක සංශ්ලේෂණ මෙවලම් (Synopsys, Cadence, විවෘත මූලාශ්‍ර Yosys) තවමත් පසුබිමේ බූලියානු වීජ ගණිතය සහ Espresso වැනි අවම කිරීම භාවිත කර, ප්‍රතිඵලය සම්මත-කොටස් ද්වාර මිලියන ගණනකට සිතියම්ගත කරයි. අතින් K-map ඉගෙනීම එම මෙවලම් කරන දේ තේරුම් ගැනීමට උදව් වේ.

ප්‍රධාන පද

බූලියානු වීජ ගණිතය – AND, OR සහ NOT සමඟ 0 සහ 1 අගයන්ගේ වීජ ගණිතය.

විනිමය නියමය – අනුපිළිවෙල වැදගත් නැත: A·B = B·A සහ A+B = B+A.

සහායක නියමය – AND හෝ OR සඳහා කාණ්ඩ කිරීම වැදගත් නැත.

ව්‍යාප්ත නියමය – A·(B+C) = A·B+A·C සහ A+(B·C) = (A+B)·(A+C).

De Morgan නියම – (A·B)′ = A′+B′ සහ (A+B)′ = A′·B′.

SOP – ගුණිතවල එකතුව – AND පදවල OR එකකි.

POS – එකතුවල ගුණිතය – OR පදවල AND එකකි.

මිනිටරම් – සෑම විචල්‍යයක්ම එක් වරක් (සත්‍ය හෝ අනුපූරක) ඇතුළත් ගුණිත පදයකි.

මැක්ස්ටරම් – සෑම විචල්‍යයක්ම එක් වරක් ඇතුළත් එකතු පදයකි.

Karnaugh සිතියම – බූලියානු ශ්‍රිතයක් සරල කිරීමට අසල්වැසි 1 කාණ්ඩ කරන ජාලයකි.

ලිතරල් – විචල්‍යයක් හෝ එහි අනුපූරකය (A හෝ A′).

අතිරික්ත නියමය – A + A·B = A (සහ ද්විත්ව A·(A+B) = A).

ආදර්ශ ප්‍රශ්න සහ පිළිතුරු

1. De Morgan ගේ නියම දෙක ප්‍රකාශ කරන්න.

පිළිතුර: (A · B)′ = A′ + B′ සහ (A + B)′ = A′ · B′.

2. SOP ආකාරය යනු කුමක්ද?

පිළිතුර: ගුණිතවල එකතුව: ශ්‍රිතය AND පදවල (මිනිටරම්) OR එකක් ලෙස ලියයි.

3. බූලියානු ප්‍රකාශන සරල කරන්නේ ඇයි?

පිළිතුර: අඩු ද්වාර → කුඩා, ලාභදායක, සිසිල් සහ බොහෝ විට වේගවත් පරිපථ.

4. A · B + A · B′ සරල කරන්න.

පිළිතුර: A · (B + B′) = A · 1 = A.

5. K-map එකක අනුමත කාණ්ඩ ප්‍රමාණ මොනවාද?

පිළිතුර: දෙකේ බල: 1, 2, 4, 8, … (3 හෝ 5 කිසි විටෙකත් නැත).

6. සත්‍යතා වගුවකින් POS ප්‍රකාශනයක් ලබා ගන්නේ කෙසේද?

පිළිතුර: F = 0 වන සෑම පේළියකටම මැක්ස්ටරමක් ලියා ඒවා AND කරන්න.

බහුවරණ ප්‍රශ්න

1. De Morgan: (A · B)′ සමාන වන්නේ

A. A′ + B′
B. A + B
C. A · B
D. A′ · B′
E. (A + B)′

2. SOP යනු

A. Signed Octal Product
B. Sum of Products
C. Product of Sums
D. Sum of Powers
E. Single Output Process

3. POS යනු

A. Product of Sums
B. Product of Squares
C. Sum of Products
D. Positive Output Signal
E. Parallel Output Sum

4. A · 1 සමාන වන්නේ

A. 0
B. A · A
C. A
D. 1
E. A′

5. A + A′ සමාන වන්නේ

A. 0
B. 1
C. A
D. A′
E. A · A′

6. A · B + A · B′ සරල කරන්න

A. B
B. A · B
C. 0
D. A
E. A + B

7. K-map කාණ්ඩයක 1 කීයක් තිබිය හැකිද?

A. 1, 2, 4 or 8
B. Any odd number
C. Only 4
D. 3 or 5
E. Only 2

8. අසල්වැසි K-map කොටු වෙනස් වන්නේ

A. all bits
B. three bits
C. two bits
D. no bits
E. exactly one bit

9. A + A · B සරල වන්නේ

A. A
B. B
C. 1
D. A · B
E. A + B

10. විචල්‍ය දෙකක් සඳහා F = Σm(1,2,3) සරල වන්නේ

A. A′
B. A + B
C. B′
D. A · B
E. 1

11. (A + B)′ සමාන වන්නේ

A. A′
B. A + B
C. A′ + B′
D. A′ · B′
E. A · B

12. විචල්‍ය තුනක් සඳහා මිනිටරමක ලිතරල් කීයක්ද?

A. 1
B. 8
C. 4
D. 2
E. 3

13. “AND, OR සහ NOT සමඟ 0 සහ 1 අගයන්ගේ වීජ ගණිතය” යන්නෙන් අදහස් වන පදය කුමක්ද?

A. මිනිටරම්
B. සහායක නියමය
C. ලිතරල්
D. SOP
E. බූලියානු වීජ ගණිතය

14. “අනුපිළිවෙල වැදගත් නැත: A·B = B·A සහ A+B = B+A” යන්නෙන් අදහස් වන පදය කුමක්ද?

A. මැක්ස්ටරම්
B. විනිමය නියමය
C. අතිරික්ත නියමය
D. ව්‍යාප්ත නියමය
E. POS

15. “AND හෝ OR සඳහා කාණ්ඩ කිරීම වැදගත් නැත” යන්නෙන් අදහස් වන පදය කුමක්ද?

A. බූලියානු වීජ ගණිතය
B. De Morgan නියම
C. මිනිටරම්
D. සහායක නියමය
E. Karnaugh සිතියම

16. “A·(B+C) = A·B+A·C සහ A+(B·C) = (A+B)·(A+C)” යන්නෙන් අදහස් වන පදය කුමක්ද?

A. විනිමය නියමය
B. මැක්ස්ටරම්
C. ව්‍යාප්ත නියමය
D. ලිතරල්
E. SOP

17. “(A·B)′ = A′+B′ සහ (A+B)′ = A′·B′” යන්නෙන් අදහස් වන පදය කුමක්ද?

A. POS
B. අතිරික්ත නියමය
C. සහායක නියමය
D. De Morgan නියම
E. Karnaugh සිතියම

18. “ගුණිතවල එකතුව – AND පදවල OR එකකි” යන්නෙන් අදහස් වන පදය කුමක්ද?

A. ව්‍යාප්ත නියමය
B. මිනිටරම්
C. SOP
D. ලිතරල්
E. බූලියානු වීජ ගණිතය

19. “එකතුවල ගුණිතය – OR පදවල AND එකකි” යන්නෙන් අදහස් වන පදය කුමක්ද?

A. මැක්ස්ටරම්
B. විනිමය නියමය
C. POS
D. De Morgan නියම
E. අතිරික්ත නියමය

20. “සෑම විචල්‍යයක්ම එක් වරක් (සත්‍ය හෝ අනුපූරක) ඇතුළත් ගුණිත පදයකි” යන්නෙන් අදහස් වන පදය කුමක්ද?

A. Karnaugh සිතියම
B. බූලියානු වීජ ගණිතය
C. සහායක නියමය
D. SOP
E. මිනිටරම්

ව්‍යුහගත ප්‍රශ්න

1. AND සහ OR සඳහා විනිමය, සහායක සහ ව්‍යාප්ත නියම ප්‍රකාශ කරන්න. *(ලකුණු 3)*

> විනිමය: A·B=B·A, A+B=B+A (1); සහායක: (A·B)·C=A·(B·C), + සඳහාද (1); ව්‍යාප්ත: A·(B+C)=A·B+A·C සහ A+(B·C)=(A+B)·(A+C) (1).

2. SOP සහ POS පැහැදිලි කර සත්‍යතා වගුවකින් එකක් ලබා ගන්නා ආකාරය කියන්න. *(ලකුණු 3)*

> SOP = F=1 පේළිවල මිනිටරම්වල OR (1); POS = F=0 පේළිවල මැක්ස්ටරම්වල AND (1); දෙකම එකම ශ්‍රිතය නිරූපණය කරයි (1).

3. බූලියානු නියම මගින් F = A + A′ · B සරල කරන්න. පියවර පෙන්වන්න. *(ලකුණු 2)*

> A + A′·B → A + B (පියවර සහිතව) (2); අවසාන පිළිතුර A + B (1).

4. විචල්‍ය 2 K-map භාවිතයෙන් F = Σm(1,2,3) සරල කරන්න. *(ලකුණු 3)*

> m1,m2,m3 හි 1 තබන්න (1); කාණ්ඩ → A සහ B (1); F = A + B (1).

5. De Morgan යොදා (A · B′)′ සරල කරන්න. *(ලකුණු 2)*

> (A · B′)′ = A′ + (B′)′ (1); (B′)′ = B එබැවින් A′ + B (1).

සාරාංශය

- බූලියානු නියම (විනිමය, සහායක, ව්‍යාප්ත, De Morgan, අනන්‍යතා, අතිරික්ත) ප්‍රකාශන නැවත ලිවීමට ඉඩ දෙයි.
- SOP යනු ගුණිතවල OR; POS යනු එකතුවල AND – දෙකම සත්‍යතා වගුවෙන් පැමිණේ.
- සරල කිරීම ද්වාර ගණන අඩු කරයි, එබැවින් පරිපථ ලාභදායක සහ වේගවත් වේ.
- K-map අසල්වැසි 1 කාණ්ඩ 1, 2, 4, 8 ප්‍රමාණයෙන් කාණ්ඩ කර අවම SOP කියවයි.
- De Morgan: තීරුව කඩා මෙහෙයුම්කරු වෙනස් කරන්න.

MCQ පිළිතුරු – 4.2

1. **A** – තීරුව කඩා · න් + ට වෙනස් කරන්න.

2. **B** – AND පදවල OR.
3. **A** – OR පදවල AND.
4. **C** – අනන්‍යතා නියමය.
5. **B** – අනුපූරක නියමය.
6. **D** – A(B+B′)=A.
7. **A** – දෙකේ බල පමණි.
8. **E** – Gray කේත අසල්වාසිත්වය.
9. **A** – අතිරික්ත නියමය.
10. **B** – K-map කාණ්ඩ A + B දෙයි.
11. **D** – OR සඳහා De Morgan.
12. **E** – විචල්‍යයකට එක් ලිතරලයක්.
13. **E** – බූලියානු වීජ ගණිතය – AND, OR සහ NOT සමඟ 0 සහ 1 අගයන්ගේ වීජ ගණිතය.
14. **B** – විනිමය නියමය – අනුපිළිවෙල වැදගත් නැත: A·B = B·A සහ A+B = B+A.
15. **D** – සහායක නියමය – AND හෝ OR සඳහා කාණ්ඩ කිරීම වැදගත් නැත.
16. **C** – ව්‍යාප්ත නියමය – A·(B+C) = A·B+A·C සහ A+(B·C) = (A+B)·(A+C).
17. **D** – De Morgan නියම – (A·B)′ = A′+B′ සහ (A+B)′ = A′·B′.
18. **C** – SOP – ගුණිතවල එකතුව – AND පදවල OR එකකි.
19. **C** – POS – එකතුවල ගුණිතය – OR පදවල AND එකකි.
20. **E** – මිනිටරම් – සෑම විචල්‍යයක්ම එක් වරක් (සත්‍ය හෝ අනුපූරක) ඇතුළත් ගුණිත පදයකි.

© 2026 schoolict.net (Ruwan Mangala Suraweera). සියලු හිමිකම් ඇවිරිණි.